

## 数学运算——揭开神秘面纱，原来就这么简单！（共 40 题）

### 【考点梳理模块：共 19 题】

#### 一、计算问题

（2016 上·统考）袋子里有红球和白球若干，若每次拿出 6 个红球，4 个白球，则最终剩 5 个红球；若每次拿出 7 个红球，3 个白球，则最终剩 25 个白球。问袋子里红球有几个？（ ）

- A. 75 个                      B. 77 个                      C. 119 个                      D. 120 个

【答案】C。解析：每次拿出 7 个红球，3 个白球，则最终剩 25 个白球，因此红球的个数为 7 的倍数，先排除 A、D 项；同理可知，白球的个数为 4 的倍数。若红球为 77 个，根据第二种拿法可知，红球 11 次拿完，则白球的个数为  $3 \times 11 + 25 = 58$  个，不是 4 的倍数，排除 B 项；若红球为 119 个，根据第二种拿法可知，红球 17 次拿完，则白球的个数为  $3 \times 17 + 25 = 76$  个，是 4 的倍数，符合条件，C 项当选。故本题选 C。

#### 二、行程问题

（2016 上·统考）A、B、C、D 四个人在圆形跑道上跑步，A 每跑一圈，B 跑两圈，C 跑三圈，D 跑四圈。四个人同时从起点同向出发后，A 和 C 首次相遇的时间比 A 和 D 首次相遇的时间晚了一分钟。问 A 和 B 首次相遇是出发了多少分钟后？（ ）

- A. 4 分钟                      B. 5 分钟                      C. 6 分钟                      D. 10 分钟

【答案】C。解析：根据题意可知，A、B、C、D 四个人的速度比为 1:2:3:4，设四人的速度分别为  $x$ 、 $2x$ 、 $3x$ 、 $4x$ ，跑道长为  $12x$ （最小公倍数）。四人同起点同向出发，因此其中两个人第一次相遇时，速度快的比速度慢的多跑了一圈。A 和 C 首次相遇经过的时间为  $12x \div (3x - x) = 6$ ，A 和 D 首次相遇经过的时间为  $12x \div (4x - x) = 4$ ，而两次相遇相差的实际时间为 1 分钟，则相遇时间的 1 个单位实际上为 0.5 分钟。因此 A 和 B 首次相遇的时间为  $12x \div (2x - x) \times 0.5 = 6$  分钟。故本题选 C。

#### 三、工程问题

（2016 上·统考）某单位组织员工进行植树活动。如果把树苗分给男女职工去栽，则每人栽 6 棵；如果单独让女职工栽，则平均每人栽 8 棵。如果单独让男员工栽，则平均每人栽多少棵？（ ）

- A. 16 棵                      B. 20 棵                      C. 24 棵                      D. 30 棵

【答案】C。解析：设树苗一共有 48 棵（最小公倍数），则男女职工总数为  $48 \div 6 = 8$ ，女职员数为  $48 \div 8 = 6$ ，则男职员数为  $8 - 6 = 2$ 。因此如果单独让男员工栽，则平均每人栽  $48 \div 2 = 24$  棵。故本题选 C。

#### 四、排列组合问题

（2015 上·统考）某单位共有十多名职员，男职员的人数比女职员少 40%。该单位要选出先进工作者以及“三八”红旗手各一人（不能是同一人选），则有（ ）种推选方案。

- A. 144                      B. 150                      C. 160                      D. 240

【答案】B。解析：男职员比女职员少 40%，则男女员工比为 3:5，而该单位共有十多名职员，因此

男女职员人数分别为 6 人和 10 人。“三八”红旗手称号只能由女职员获得，因此推选方案有  $C_{10}^1 \times C_{15}^1 = 150$  种。故本题选 B。

### 五、最值问题（抽屉问题）

（2016 上·统考）有 30 名大众评审为一名歌手的表演打分，以他们的平均分作为该歌手的最后得分，每位评审的打分只有 1 分、2 分、3 分、4 分、5 分五种选项。已知该歌手最后得分为 3.7 分，且有 10 名评委给歌手打了 5 分。问打三分或以下的评审最多有多少人？（ ）

- A. 17 人                      B. 18 人                      C. 19 人                      D. 20 人

【答案】C。解析：要使打三分或以下的评审最多，则应使打 5 分和打 4 分的评审尽可能少。根据题意可知，剩余  $30 \times 3.7 - 10 \times 5 = 61$  分的打分情况未知，设打 1 分、2 分和 3 分的评审人数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，则有  $x + 2y + 3z \leq 61$ ；剩余 20 个评审的打分情况未知，则有  $x + y + z \leq 20$ ，若全部打 3 分，则总分比实际低 1 分，不符合。因此剩余 20 个评审中，其中一个打了 4 分，剩余 19 个均打了 3 分，即打三分或以下的评审最多有 19 人。故本题选 C。

### 六、概率问题

（2016 上·统考）甲、乙两个人玩石头剪刀布游戏，假设双方都是随机出拳，问甲连续 5 次都没有赢的概率是多少？（ ）

- A. 0.13                      B. 0.20                      C. 0.26                      D. 0.65

【答案】A。解析：玩石头剪刀布游戏有三种结果：赢、输或者平局，每种结果出现的概率相等。因此甲每一次没有赢的概率为  $\frac{2}{3}$ ，连续 5 次都不赢的概率为  $(\frac{2}{3})^5 \approx 0.13$ 。故本题选 A。

### 七、利润问题

（2015 下·统考）某款服装降价促销后，每天销量翻倍，获得的总利润增加 50%。问每套服装降价的金额为（ ）。

- A. 原销售价的  $\frac{1}{4}$               B. 原销售价的  $\frac{1}{8}$               C. 原利润额的  $\frac{1}{2}$               D. 原利润额的  $\frac{1}{4}$

【答案】D。解析：特殊值法。设降价前每天的销量为 1，总利润额为 20。根据题意可知，降价后每天的销量为 2，总利润额为  $20 \times (1 + 50\%) = 30$ 。因此每套服装降价的金额为  $20 - 30 \div 2 = 5$ ，相当于原利润额的  $5 \div 20 = \frac{1}{4}$ 。故本题选 D。

### 八、几何问题

（2016 上·统考）有一个矩形的花园，面积是 2400 平方米，且绕着花园走一圈是 220 米，问该花园较长的一条边长度为多少？（ ）

- A. 30 米                      B. 40 米                      C. 60 米                      D. 80 米

【答案】D。解析：设矩形的长和宽分别为  $x$ 、 $y$ ，根据题意可列方程组： $xy = 2400$ ， $2(x + y) = 220$ ，解得  $x = 80$  米， $y = 30$  米，即花园较长的一条边的长度为 80 米。故本题选 D。

### 九、容斥问题

(2015上·统考) 31个学生参加体育课期末考评, 学生可以从铅球、100米短跑和跳远三个项目中任选至多两个项目。参加铅球、100米短跑和跳远的人数分别是15人、22人、20人, 其中铅球和100米短跑都参加的有9人, 铅球和跳远都参加的有6人, 则100米短跑和跳远都参加的有( )人。

- A. 10                      B. 12                      C. 15                      D. 11

**【答案】D。**解析: 学生最多可从三个项目中任选至多两个项目, 即同时参加三个项目的人数为0。设100米短跑和跳远都参加的有 $x$ 人, 根据三集合容斥原理公式, 则有 $31=15+22+20-9-6-x+0$ , 解得 $x=11$ 。故本题选D。

### 十、浓度问题

(2016上·统考) 有甲、乙、丙三种不同浓度的溶液。如果将甲乙按照质量比2:1混合, 可以得到浓度为40%的新溶液; 如果将甲丙按照质量比1:2混合, 可以得到浓度为40%的新溶液; 如果将乙丙按照质量比1:1混合, 可以得到浓度为27.5%的新溶液。问甲、乙两种溶液按哪种质量比混合, 可以得到与丙溶液浓度相同的溶液? ( )

- A. 1:1                      B. 2:3                      C. 1:2                      D. 3:2

**【答案】A。**解析: 设甲、乙、丙三种溶液的浓度分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ , 根据题意可列方程组:  $(2x+y) \div 3=40\%$ ,  $(x+2z) \div 3=40\%$ ,  $(y+z) \div 2=27.5\%$ , 解得:  $x=50\%$ ,  $y=20\%$ ,  $z=35\%$ 。设甲、乙两种溶液混合的质量比为 $n:m$ , 则有 $\frac{50\% \times n + 20\% \times m}{n+m} = 35\%$ , 解得 $n:m=1:1$ 。故本题选A。

### 十一、日期问题

(2014上·统考) 某学生找了一份临时工, 从一月下旬工作到二月上旬, 从周一到周日的工作薪酬分别是100元、110元、120元、130元、140元、0元、0元。已知1月1日是周日, 该学生总共拿到1800元, 问该学生的工作是什么时候结束的? ( )

- A. 2月7日                      B. 2月8日                      C. 2月9日                      D. 2月10日

**【答案】D。**解析: 1月1日是周日, 则1月21日是周六, 列表如下:

日期(1月)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
星期	六	日	一	二	三	四	五	六	日	一	二
日期(2月)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
星期	三	四	五	六	日	一	二	三	四	五	

周一到周日的薪酬一共是 $100+110+120+130+140+0+0=600$ , 因此该学生需要工作 $1800 \div 600=3$ 周时间(只要包含3个周一到周五即可)。从上表可以看出, 一月下旬到二月上旬, 要包含3个周一到周五, 只能工作到2月10日。故本题选D。

### 十二、盈亏问题

(2016·金华婺城) 年终股东分红, 每人分6万, 就多出12万, 每人分7万, 就少11万。请问共有( )万。

- A. 120                      B. 130                      C. 145                      D. 150

【答案】D。解析：盈亏问题。根据盈亏公式：对象数=（盈数+亏数）÷两次分配的个数差，可知该公司共有 $(12+11) \div (7-6) = 23$ 人。因此一共有 $23 \times 6 + 12 = 150$ 万。故本题选D。

### 十三、牛吃草问题

（2016上·统考）一只船发现漏水时，已经进了一些水。水匀速进入船内，如果6人淘水，3小时淘完；如果8人淘水，2小时淘完。如果要求1小时淘完，则安排多少人淘水？（ ）

- A. 12人                      B. 14人                      C. 15人                      D. 16人

【答案】B。解析：牛吃草问题。设每人每小时淘水的量为1，则进水的速度为 $(6 \times 3 - 8 \times 2) \div (3 - 2) = 2$ ，发现时船中的水量为 $(6 - 2) \times 3 = 12$ 。若要求1小时淘完，则需要的人数为 $(12 + 2) \div 1 = 14$ 人。故本题选B。

### 十四、钟表问题

（2013上·统考）钟面上12时30分时，时针和分针组成的较小的角是多少度？（ ）

- A. 160度                      B. 165度                      C. 170度                      D. 175度

【答案】B。解析：当钟面上的时间为12时时，时针和分针组成的角度为 $0^\circ$ ，经过30分钟后，时针走过的角度为 $\frac{30^\circ}{60} \times 30 = 15^\circ$ ，分针走过的角度为 $\frac{360^\circ}{60} \times 30 = 180^\circ$ ，两者所成的较小的角为 $180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$ 。故本题选B。

### 十五、植树问题

（2013上·统考）在一条公路两旁种树，如果每10米种一棵则树苗多出20棵，如果每8米种一棵则树苗少30棵，请问这条公路有多少米？（ ）

- A. 920                          B. 960                          C. 1000                          D. 1040

【答案】C。解析：设公路的长度为x，根据题意可得， $(x \div 10 + 1) \times 2 + 20 = (x \div 8 + 1) \times 2 - 30$ ，解得 $x = 1000$ 米。故本题选C。

### 十六、年龄问题

（2013上·统考）7年后，父亲的年龄是女儿的4倍，17年后，父亲的年龄是女儿的2.5倍。问27年后，父亲的年龄是女儿的多少倍？（ ）

- A. 1.5倍                      B. 1.8倍                      C. 2倍                          D. 2.2倍

【答案】C。解析：设7年后女儿的年龄为x，父亲的年龄为4x，则17年后女儿的年龄为x+10，父亲的年龄为4x+10。17年后父亲的年龄是女儿的2.5倍，则有 $4x + 10 = 2.5 \times (x + 10)$ ，解得 $x = 10$ 。因此27年后父亲和女儿的年龄分别为60岁和30岁，父亲的年龄是女儿年龄的 $60 \div 30 = 2$ 倍。故本题选C。

### 十七、方阵问题（统考基本不考）

（2013·深圳·公务员）参加奥运开幕式表演的某方阵正在彩排，如果减少一行和一列，人数减少319人。则该方阵原来最外围的四边共有多少人？（ ）

- A. 636                          B. 638                          C. 640                          D. 644

【答案】A。解析：根据方阵公式和性质可知，在方阵中若去掉一行一列，去掉的人数=原来每行人

数 $\times 2-1$ ，则原来每行人数为 $(319+1) \div 2=160$ 。方阵每层总人数 $=$ (方阵每层每边人数 $-1$ ) $\times 4$ ，因此原方阵最外围的四边共有 $4 \times (160-1)=636$ 人。故本题选 A。

#### 十八、鸡兔同笼问题（得失问题）（统考基本不考）

（2015·慈溪）在学校组织的知识抢答竞赛中，答对一题得 10 分，答错一题倒扣 5 分，李华共抢答 10 题，得 70 分。则李华答对了（ ）道题。

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9

**【答案】C。**解析：根据题意可知，如果 10 题全部答对得 100 分，答错一题就少  $10+5=15$  分。实际上李华得了 70 分，比满分少了 30 分，因此答错了  $30 \div 15=2$  道，那么李华答对了  $10-2=8$  道。故本题选 C。

#### 十九、推理问题（统考基本不考）

（2014·开化）花卉展上的某一行有 115 盆花，且是按照“2 盆迎春花，3 盆金盏菊，5 盆君子兰，7 盆郁金香，2 盆迎春花，3 盆金盏菊……”的顺序循环从左到右排列的。问该行最右边的一盆是什么花？（ ）

- A. 迎春花                      B. 金盏菊                      C. 君子兰                      D. 郁金香

**【答案】D。**解析：根据题意可知，花卉种类是以 17 为一个周期循环变换的。 $115 \div 17=6 \cdots 13$ ，即最右边一盆花的种类与第 13 盆花一样，为郁金香。故本题选 D。

**【技巧夺分模块：共 21 题】**

**一、代入排除法**

先根据数的特性（奇偶性、整除特性、尾数特性、余数特性等）对选项进行筛选，然后再将选项代入排除；或者直接将选项代入题干，验证选项是否符合条件或者排除错误选项。

**【例 1】** 设  $a$ 、 $b$  均为正整数，若  $13a+6b=143$ ，则  $a$  的值为（ ）。

- A. 3                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

**【答案】C。** 解析：已知条件较少，无法直接求得答案，但题干涉及数据较简单，考虑使用代入排除法。由题意可知， $6b$  为偶数， $13a$  为奇数。要使  $13a$  为奇数，则  $a$  必为奇数，先排除 B、D 项。代入剩余两项的数据，当  $a=3$  时， $6b=143-13\times 3=104$ ， $b$  不是整数，不符合题干条件，排除 A 项；当  $a=5$  时， $6b=143-13\times 5=78$ ， $b=13$ ，符合题干条件。故本题选 C。

**【例 2】** 有一个五位数，左边的三位数比右边的两位数的 4 倍还多 4，如果把右边两位数移到最前面，新的五位数比原来的 2 倍还多 11122。则原来的五位数是（ ）。

- A. 18044                                      B. 24059                                      C. 27267                                      D. 30074

**【答案】B。** 解析：将选项直接代入。原五位数左边的三位数比右边的两位数的 4 倍还多 4，四个选项代入均符合，无法排除。如果把右边两位数移到最前面，新的五位数比原来的 2 倍还多 11122，代入 A 项， $(44180-11122)\div 2=16529\neq 18044$ ，不符合，排除；代入 B 项， $(59240-11122)\div 2=24059$ ，符合题意。故本题选 B。

**【例 3】** 已知  $a$  和  $b$  都是质数，方程  $ax+bx=132$  的解是  $x=4$ 。则  $3a+4b$  的值为（ ）。

- A. 98                                      B. 99                                      C. 100                                      D. 101

**【答案】D。** 解析：将  $x=4$  代入等式得  $a+3a+4b=132$ ，则有  $a=132-(3a+4b)$ ，由于  $a$  和  $b$  都是质数，又由选项可知  $3a+4b\leq 101$ ，则  $a\geq 132-101=31$ ，即  $a\neq 2$ ， $3a$  为奇数，因此  $(3a+4b)$  一定不是偶数，首先排除 A、C 项。将剩余两项代入，若  $3a+4b=99$ ，则  $a=132-99=33$ ，为合数，不符合条件，排除 B 项；若  $3a+4b=101$ ，则  $a=132-101=31$ ，为质数，符合条件。故本题选 D。

**二、特殊值法**

特殊值法就是为某（几）个未知量赋予一个具体数值，以方便计算，最终得到正确答案的一种方法。值得注意的是，所赋予的这个数值必须符合以下几点：

- ①不能过于繁琐，应便于快速、准确计算；
- ②可尽量使计算结果为整数；
- ③对所求的量的值没有影响。

根据解题情况，特殊值可设为 1 或者已知几个量的最小公倍数，或者利于解题的其他值等。

**【例 1】** 一幅油画由小康单独完成需要 15 天，小夏单独完成需要 12 天，两人合作 4 天后，剩下的画由小康单独完成需要（ ）天。

A. 5

B. 6

C. 8

D. 10

**【答案】B。**解析：设最小公倍数法。设完成这幅油画的工作量为60（12、15的最小公倍数），则小康每天的工作效率为4，小夏每天的工作效率为5。两人合作4天后，完成的工作量为 $(4+5) \times 4=36$ ，则剩余的工作量由小康单独完成需要 $(60-36) \div 4=6$ 天。故本题选B。

**【例2】**某工厂与订货商签订合同，约定订货商在订单生产完成50%和80%的时候分别支付两笔货款。在派6名工人生产4天后，完成了订单的8%。如增派9名工人加入生产，则订货商在支付第一笔和第二笔货款的时间间隔为多少天？（假定所有工人工作效率相同）（ ）。

A. 6

B. 10

C. 12

D. 15

**【答案】A。**解析：设每名工人每天完成工作量为1，则订单总工作量为 $4 \times 6 \times 1 \div 8\%=300$ 。增派9名工人后，每天完成的工作量为15，因此订货商在支付第一笔和第二笔货款的时间间隔为 $300 \times (80\%-50\%) \div 15=6$ 天。故本题选A。

**【例3】**有A、B、C三种浓度不同的盐溶液。若取等量的A、B两种盐溶液混合，则得浓度为17%的盐溶液；若取等量的B、C两种盐溶液混合，则得浓度为23%的盐溶液；若取等量的A、B、C三种盐溶液混合，得到浓度为18%的盐溶液，则B种盐溶液的浓度是（ ）。

A. 21%

B. 22%

C. 26%

D. 37%

**【答案】C。**解析：设每次混合时，每种浓度的盐溶液的质量均为100，A、B、C三种盐溶液的浓度分别为 $x\%$ 、 $y\%$ 、 $z\%$ 。则A、B两种溶液混合时，盐溶液的溶质质量为 $x+y=100 \times 2 \times 17\%=34$ ；B、C两种溶液混合时，盐溶液的溶质质量为 $y+z=100 \times 2 \times 23\%=46$ ；A、B、C三种溶液混合时，盐溶液的溶质质量为 $x+y+z=100 \times 3 \times 18\%=54$ 。联立三式解得， $y=26$ ，即B种盐溶液的浓度为26%。故本题选C。

**【例4】**某工程队原定10天完成一段道路工程，实际提前两天完成任务。问每天的工作量比计划平均提高了（ ）。

A. 15%

B. 20%

C. 25%

D. 30%

**【答案】C。**解析：将总工作量赋值为10，则原计划每天的工作量为1。实际提前两天完成任务，即8天完成，则每天的工作量为 $10 \div 8=1.25$ ，比计划平均提高了 $(1.25-1) \div 1 \times 100\%=25\%$ 。故本题选C。

### 三、方程法

当题干中出现较多未知数或未知数不多但数量关系不易直接表达时，通过用未知参数（如 $x$ 、 $y$ ）代替未知数，将问题中的已知量与未知量的数量关系，转化为方程或方程组等数学模型，再利用方程的理论或方法进行求解，该方法称为方程法。

**【例1】**有甲、乙两瓶盐水，其浓度分别为16%和25%，质量分别为600克和240克。若向这两瓶溶液中加入等量的水，使它们的浓度相同，则需要向这两瓶盐水中分别加入的水量为（ ）。

A. 320克

B. 360克

C. 370克

D. 377克

**【答案】B。**解析：题干未知数虽不多，但各个变量之间的关系不易直接表达，考虑使用方程法。

设加入的水量为  $x$ ，根据题意可知，加入相同水量后两瓶溶液的浓度相同，即  $\frac{600 \times 16\%}{600 + x} = \frac{240 \times 25\%}{240 + x}$ ，解得  $x=360$  克。故本题选 B。

【例 2】某列车通过 1200 米长的隧道要用时 33 秒，与另一列长 150 米，速度为 50 米/秒的列车错车而过需要 3 秒，则该列车减速一半后，通过一座 600 米长的桥梁所需的时间为（ ）。

- A. 18 秒                      B. 20 秒                      C. 30 秒                      D. 36 秒

【答案】D。解析：题干未知数较多，考虑使用方程法。设该列车的长度为  $x$ ，速度为  $v$ ，则有  $(1200+x) \div v=33$ ， $(150+x) \div (v+50)=3$ ，解得  $x=120$  米， $v=40$  米/秒。则该列车减速一半后，通过一座 600 米长的桥梁所需的时间为  $(600+120) \div (40 \div 2)=36$  秒。故本题选 D。

【例 3】甲、乙两人同时上山砍柴，甲花了 6 个小时砍了一担柴，乙砍了一段时间后觉得刀比较钝，于是下山磨了一次刀，磨刀加上上山共花了 1 个小时，磨完刀之后效率提升了 50%，总共也花费了 6 个小时砍了同样多的一担柴。如果甲、乙两人磨刀之前的效率是相同的，则乙磨刀之前已经砍了（ ）个小时柴。

- A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4

【答案】C。解析：先利用特殊值法对甲、乙两人的砍柴效率赋特殊值，之后利用方程法解题。设磨刀之前甲、乙砍柴的效率均为 1，则磨刀之后乙的工作效率为 1.5。设乙磨刀之前已经砍了  $x$  小时，根据题意可得， $1 \times 6=1 \times x+1.5 \times (6-x-1)$ ，解得  $x=3$ 。故本题选 C。

【例 4】有一周长为 100 米的长方形花园，在花园外围沿花园建一条等宽的环路，路的面积为 600 平方米，则路的宽度为（ ）米。

- A. 3 或 4                      B. 5                              C. 8                              D. 10 或 15

【答案】B。解析：题干只已知原花园的周长和路的面积，变量之间关系不易直接表示，考虑使用方程法。设长方形花园的长为  $x$ 、宽为  $y$ ，路的宽度为  $m$ ，则建了环路之后形成了长为  $x+2m$ ，宽为  $y+2m$  的长方形。根据题意可得， $(x+2m) \times (y+2m) - x \times y=600$ ， $2(x+y)=100$ ，联立方程解得  $m=5$  米。故本题选 B。

#### 四、图解法

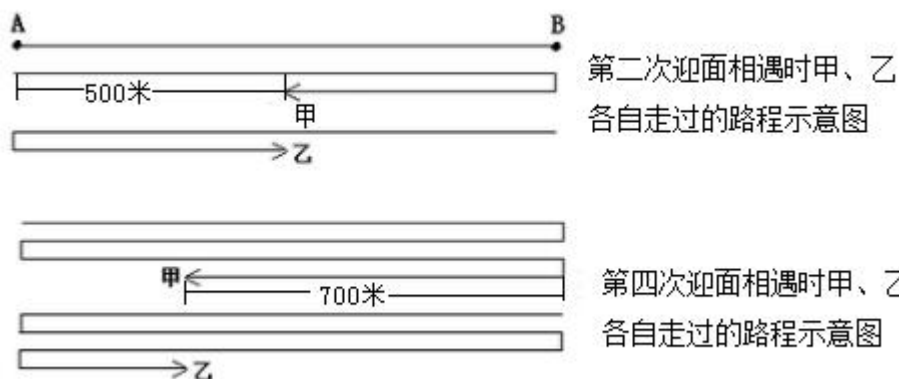
当题干条件比较多，数量关系比较复杂时，可将题干所给信息用图或表格表示出来，从而更直观地理解题干所给信息之间的关系。其中，常见的图有线段图（多用于行程问题）、几何图（多用于几何问题）、文氏图（多用于容斥问题）等。

【例 1】甲、乙两人同时从 A、B 两地出发，相向而行，甲到达 B 地后，立即往回走，回到 A 地后，又立即向 B 地走去；乙到达 A 地后，立即往回走，回到 B 地后又立即向 A 地走去。如此往复，行走的速度不变，若两人第二次迎面相遇的地点距 A 地 500 米，第四次迎面相遇地点距 B 地 700 米，则 A、B 两地的距离是（ ）。

- A. 1350 米                      B. 1460 米                      C. 1120 米                      D. 1300 米



【答案】C。解析：题干涉涉及的行程较为复杂，直接列式容易出错，考虑使用图解法。设A、B两地之间的距离为s，根据题意画出行程示意图，如下图所示。

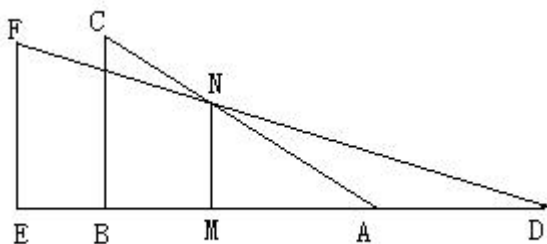


根据图可知，第二次迎面相遇时，甲走的路程为 $(2s-500)$ 米，乙走了 $(s+500)$ 米；第四次迎面相遇时，甲走的路程为 $(3s+700)$ 米，乙走的路程为 $(4s-700)$ 米。甲、乙两人行走的时间是一样的，因此两人相遇时所走的路程比例也是相同的，则有 $\frac{2s-500}{s+500} = \frac{3s+700}{4s-700}$ ，解得 $s=1120$ 米。故本题选C。

【例2】老师跟学生在室内场馆玩倒影猜距离的游戏。老师让身高1.6米的小陈站在场馆中间，并依次打开位于小陈正前方高度均为6.4米的两盏灯。如果测得小陈在地板上的影子长度分别是1米和2米。那么，上述两盏灯之间的距离是多少米？（ ）

- A. 2                      B. 5                      C. 4                      D. 3

【答案】D。解析：题干涉涉及灯高、小陈身高和小陈影子长度，三者之间的数量关系无法直接入手，考虑使用图解法将三者关系直观化。根据题意作图，如下图所示。



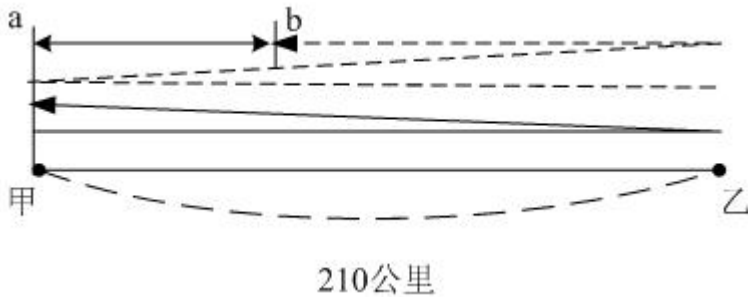
小明的身高为 $MN=1.6$ 米，两盏灯的高度分别为 $BC=EF=6.4$ 米，影子 $MA=1$ 米， $MD=2$ 米。根据相似三角形的性质可知，在三角形ABC中， $\frac{MN}{BC} = \frac{MA}{BA}$ ，即 $\frac{1.6}{6.4} = \frac{1}{BA}$ ，解得 $BA=4$ 米；在三角形DEF中， $\frac{MN}{EF} = \frac{MD}{ED}$ ，即 $\frac{1.6}{6.4} = \frac{2}{ED}$ ，解得 $ED=8$ 米。因 $AD=MD-MA=1$ 米，因此两盏灯之间的距离 $EB=ED-BA-AD=8-4-1=3$ 米。故本题选D。

【例3】甲、乙两地相距210公里，a、b两辆汽车分别从甲、乙两地同时相向出发并连续往返于两地，从甲地出发的a汽车的速度为90公里/小时，从乙地出发的b汽车的速度为120公里/小时。问a汽车第

二次从甲地出发后与 b 汽车相遇时，b 汽车共行驶了多少公里？（ ）

- A. 560公里                      B. 600公里                      C. 620公里                      D. 630公里

**【答案】B。**解析：a 汽车第二次从甲出发前，经过一个往返的路程，即420公里，所用时间为 $420 \div 90 = \frac{14}{3}$ 小时；与此同时，b 汽车经过路程为 $120 \times \frac{14}{3} = 560$ 公里，即一个往返路程加上140公里，此时 ab 两汽车位置如图所示。



此时 a、b 两汽车相距 $210 - 140 = 70$ 公里，可知二者相遇于 $70 \div (90 + 120) = \frac{1}{3}$ 小时之后。整个过程中 b 汽车共行驶了 $560 + 120 \times \frac{1}{3} = 600$ 公里。故本题选 B。

**【例 4】**某商品分别在购物网站和实体店进行销售，利润率都是 100%。为了促销，网站推出该商品买二送一活动，实体店在提高一定的价钱后以六折销售，结果两者利润率仍然相同。问实体店提高的价钱占该商品原来售价的比例是多少？（ ）

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{2}{9}$                       D.  $\frac{1}{9}$

**【答案】D。**解析：令商品的单个进价为 10，由于其利润率为 100%，则其原来售价为 20。假设实体店活动提高的价格为 X，则可列如下表格：

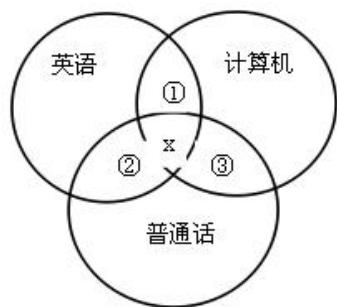
项 目	进 价	活 动	现 售 价
网店销售	10	买 2 送 1	$\frac{40}{3}$
实体销售	10	提高价钱后六折销售	$(20+X) \times 0.6$

调价后二者利润率一样，由于进价一样，则其现售价也应该相同，因此可以得到方程式： $(20+X) \times 0.6 = \frac{40}{3}$ ，解得  $X = \frac{20}{9}$ 。可知提高的价格占原来售价的比例为  $\frac{1}{9}$ 。故本题选 D。

**【例 5】**有 135 人参加某单位的招聘，31 人有英语证书和普通话证书，37 人有英语证书和计算机证书，16 人有普通话证书和计算机证书，其中一部分人三种证书，而一部分人则只有一种证书。该单位要求必须至少有两种上述证书的应聘者才有资格参加面试，问至少有多少人不能参加面试？（ ）

- A. 50 人                      B. 51 人                      C. 52 人                      D. 53 人

**【答案】D。**解析：容斥原理。题目问的是至少有多少人不能参加面试，即让参加面试的人的数量最多，即使有两种证书以上的人数最多。将题干变量用容斥图表示出来，如下图所示。

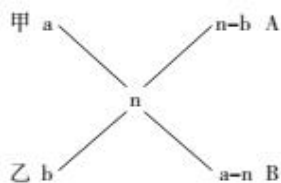


根据图示可知：①+X=37；②+X=31；③+X=16，整理得：①=37-X，②=31-X，③=16-X；要让①+②+③+X最大，即  $37-X+31-X+16-X+X=84-2X$  最大，则 X 应尽可能小。根据题意可知，有三种证书的人数  $\geq 1$ ，即  $X \geq 1$ ，因此 X 最小为 1；则有两种以上证书的人数最多为  $84-2=82$ ，因此不能参加面试的人至少为  $135-82=53$  人。故本题选 D。

### 五、十字交叉法

十字交叉法是解决两组混合物平均量与组分的一种简便方法，最常应用在浓度问题上。凡可按  $M_1 \cdot n_1 + M_2 \cdot n_2 = M \cdot n$  计算的问题，均可按十字交叉法计算。其中，M 表示某混合物的量，n 表示混合物中某物质所占的份额， $M_1$ 、 $M_2$  则表示两组分对应的量， $n_1$ 、 $n_2$  表示两组分在各自组分中所占的份额。

十字交叉法多用于浓度问题，以浓度问题为例，对十字交叉法中各字母所代表的变量进行说明。十字交叉法的一般表示形式：



得到等式为  $\frac{n-b}{a-n} = \frac{A}{B}$ 。其中，a、b 分别为甲、乙溶液的浓度，A、B 分别为甲、乙溶液的质量，n 为甲、乙溶液混合后的浓度。

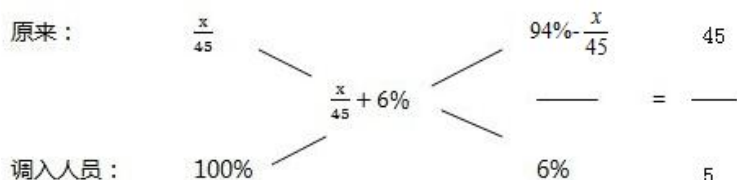
【例1】某单位原有45名职工，从下级单位调入5名党员职工后，该单位的党员人数占总人数的比重上升了6个百分点。如果该单位又有2名职工入党，那么该单位现在的党员人数占总人数的比重为多少？

( )

- A. 50%                      B. 40%                      C. 70%                      D. 60%

【答案】A。解析：利用十字交叉求解，假设原有党员 x 人，则原有党员的比重为  $\frac{x}{45}$ ，调入的5人

都是党员，所以调入的党员比重为100%，调入后比重变为  $(\frac{x}{45} + 6\%)$ 。利用十字交叉法可得：





党员。因此从中任选一人，此人为男性党员的概率最大为  $\frac{C_{30}^1}{C_{50}^1} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ 。故本题选 A。

【例2】箱子里有大小相同的3种颜色玻璃珠各若干颗，每次从中摸出3颗为一组，问至少要摸出多少组，才能保证至少有2组玻璃珠的颜色组合是一样的？（ ）

A. 11

B. 15

C. 18

D. 21

【答案】A。解析：考虑最不利情况，即前面摸出的结果各不相同，则再摸一次无论摸出什么组合均可满足至少有2组玻璃珠的颜色组合是一样的。每次从箱子中摸出3颗玻璃珠，若摸出3个玻璃珠均为一种颜色，有3种情况；若摸出3个玻璃珠有两种颜色，共有  $C_3^2 \times 2 = 6$  种情况；若摸出的3个玻璃珠有三种颜色，有1种情况。因此，取出玻璃珠的颜色组合共有  $3+6+1=10$  种情况，则至少要摸出  $10+1=11$  组，才能保证至少有2组玻璃珠的颜色组合是一样的。故本题选 A。